令和６年度　入学者選抜学力検査問題

数　　学　（理系α）

数学Ⅰ，数学Ａ
数学Ⅱ，数学Ｂ
数学Ⅲ

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で４題あります。また，解答用紙は４枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後，すべての解答用紙に受験番号，志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に２箇所あります。
5. 解答は各問，指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。また，解答欄が指定されている場合は，解答欄の枠の中に答を記入してください。
6. 裏面その他に解答を記入した場合，その部分は採点の対象となりません。
7. 答のみを記入するように指定されている場合は答のみを，そうでない場合は必要な計算・論証・説明などを省かずに解答してください。
8. 各問題の配点50点は200点満点としたときのものです。
9. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔1〕 (配点 50) a, k を $a \neq 0$, $k \neq 1$ を満たす定数とし，座標平面上の曲線 $y = x^2$ を C とする。直線 l は点 $\mathrm{A}(a,\ a^2)$ において曲線 C と接し，直線 m は点 $\mathrm{B}(ka,\ k^2a^2)$ において曲線 C と接するものとする。また 2 直線 l と m の交点を D とするとき，次の問いに答えなさい。

(1) 点 D の座標を a, k を用いて表しなさい。

(2) $\mathrm{AB} = \mathrm{AD}$ であるための必要十分条件を a, k を用いて表しなさい。

(3) 直線 AB と直線 l が垂直であるための必要十分条件を a, k を用いて表しなさい。

(4) $\triangle\mathrm{ABD}$ が $\mathrm{AB} = \mathrm{AD}$ の直角二等辺三角形であるとき，$\triangle\mathrm{ABD}$ の面積を求めなさい。

$\boxed{\alpha}$

〔2〕 (配点 50) 点 P$(u,\ v)$ が連立不等式 $u \geqq 1$, $v \geqq 1$, $uv \leqq 10^5$, $u^2v^3 \leqq 10^{12}$ の表す領域 D 内を動くとき，次の問いに答えなさい。ただし，(1)の解答は答のみを解答用紙の所定の解答欄に記入しなさい。

(1) $a = \log_{10} 3$, $b = \log_{10} 2$ とする。$u = 3$, $v = 2$ のとき $\log_{10}(u^5v^6)$ を a, b を用いて表しなさい。

(2) $x = \log_{10} u$, $y = \log_{10} v$ とおく。点 P$(u,\ v)$ が領域 D 内を動くとき，点 Q$(x,\ y)$ が動く領域を座標平面内に図示しなさい。

(3) u^5v^6 の最大値を求めなさい。

$\boxed{\alpha}$

〔3〕 (配点 50) a を定数とする。実数全体を定義域とする関数 $f(x)$, $g(x)$ に対し

$$C = \int_0^1 f(x)g(a-x)\,dx$$

と定めたとき，次の $f(x)$, $g(x)$ について C をそれぞれ a を用いて表しなさい。

(1) $f(x) = x,\ \ g(x) = x^2$

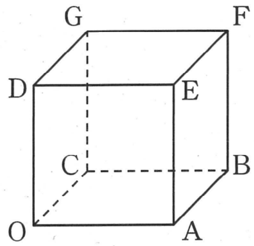
(2) $f(x) = \sin \pi x,\ \ g(x) = x$

(3) $f(x) = x,\ \ g(x) = \begin{cases} x & (x \geqq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$

〔**4**〕 (配点 50) 動点 R と S が立方体 OABC-DEFG の辺上を独立に動く。時刻 $t=0$ のとき R, S はともに点 O にある。その後，各動点は時刻が 1 進むごとに，x の確率で元の頂点にあるか，もしくは隣にある 3 つの頂点のいずれかにそれぞれ $\frac{1}{3}(1-x)$ の確率で移動している。ただし，ある頂点の隣にある頂点とは，辺の両端の頂点のうち他方の頂点のことである。また，$0 \leqq x \leqq 1$ とする。

例えば，時刻 t のとき動点 R が点 E にある場合，時刻 $t+1$ において R は x の確率で点 E にあるか，もしくはそれぞれ $\frac{1}{3}(1-x)$ の確率で点 A, D, F のいずれかにある。動点 S についても同様である。

次の問いに答えなさい。(1)の解答は答のみを解答用紙の所定の解答欄に記入しなさい。



(1) $x=\frac{1}{2}$ とする。

(i) 時刻 $t=2$ のとき，R が点 O にある確率を求めなさい。

(ii) 時刻 $t=3$ のとき，R が点 A にある確率を求めなさい。

(iii) 時刻 $t=3$ において R が点 A にあるとき，時刻 $t=2$ のときに R が点 O にあった条件付き確率を求めなさい。

(2) 時刻 $t=3$ のとき，3 点 O，R，S が正三角形をなす確率を $p(x)$ とする。

(i) 時刻 $t=3$ のとき，R が点 B にある確率を x を用いて表しなさい。

(ii) $p(x)$ を求めなさい。

(iii) $p(x)$ の最大値とそのときの x の値を求めなさい。