

■出題の意図■

専門科目（受験区分コード：55）

機械工学系専攻の各コースに関わる学問分野である機械力学及び制御工学（古典）、水力学、熱力学、材料力学に関して、理解度を測る。

【解答用紙】 機械力学及び制御工学(古典) 受験番号 _____

解答例:

- (1) 変位の符号は斜面下向きを正と定める. 変位 x が発生したとき, 摩擦力 F とバネによる張力 kx は斜面の上方向に作用する. したがって

$$m\ddot{x} = -F - kx$$

が求めるべき運動方程式である.

- (2) 円板の慣性モーメントは, $\frac{1}{2}mR^2$ である. F によるモーメントが $F \times R$ であることに注意すると

$$\frac{1}{2}mR^2\ddot{\theta} = FR$$

が求めるべき運動方程式である. 式を整理し, 次のような形にしても良い.

$$\ddot{\theta} = \frac{2F}{mR}$$

- (3) 題意より x と θ の関係式は, $x = R\theta$ であるため, (1)で求めた運動方程式に代入すると次のように整理できる.

$$mR\ddot{\theta} = -F - kR\theta$$

これに(2)で求めた式を用いて, F を消去すると

$$mR\ddot{\theta} = -\frac{1}{2}mR\ddot{\theta} - kR\theta$$

これを整理すると

$$\frac{3}{2}mR\ddot{\theta} + kR\theta = 0$$

これが求めるべき運動方程式である. 式より固有角振動数は

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{3m}}$$

である.

- (4) 問で与えられた微分方程式のラプラス変換は, 入出力のラプラス関数を $\Phi(s)$, $\Theta(s)$ とすると,
 $(s^3 + 5s^2 + 7s + 3)\Phi(s) = (3s^2 + 1)\Theta(s)$

となる. したがって, 制御系の伝達関数は,

$$G(s) = \frac{\Phi(s)}{\Theta(s)} = \frac{3s^2 + 1}{(s + 1)^2(s + 3)}$$

となる.

- (5) インパルス応答は,

$$G(s) = \frac{2}{(s + 1)^2} - \frac{4}{(s + 1)} + \frac{7}{(s + 3)}$$

より, 次のようになる.

$$g(t) = 2(t - 2)e^{-t} + 7e^{-3t}$$

【解答用紙】 水力学 受験番号 _____

(1) タンクの水面と噴流の出口との間でベルヌーイの定理を適用すると

$$V = \sqrt{2gh}$$

(2) コントロール・ボリュームを偏向板の周辺のみに設定し、運動量の原理を適用すると

$$F = \rho A_1 (2gh)(1 - \cos \theta)$$

(3) 台車全体(タンク、水、偏向板)を一つのコントロール・ボリュームとして考え、運動量の原理を適用すると

$$T = (\rho A_1 V)(V \cos \theta) = \rho A_1 V^2 \cos \theta$$

$V = \sqrt{2gh}$ を代入し

$$T = 2\rho gh A_1 \cos \theta$$

(4) T が最大になるのは、 $\cos \theta$ が最大になるときで $\theta = 0^\circ$

令和 8 年 4 月入学 (第 2 回)
 山口大学大学院創成科学研究科 (工学系) 博士前期課程入学試験

受験区分コード 55
 専門科目 (熱力学)

問題 (配点 75 点)

質量 $M=1.50\text{ g}$ の完全ガス (比熱比 $\kappa=1.40$, ガス定数 $R=0.287\text{ kJ/(kgK)}$) を作動流体とする圧縮比 $\varepsilon=10.0$ のサイクルについて考える. このサイクルは, ポリトロープ指数 $n_c=1.35$ の圧縮過程 $1 \rightarrow 2$, 供給熱量 $Q_{23}=3.00\text{ kJ}$ の等容加熱過程 $2 \rightarrow 3$, ポリトロープ指数 $n_e=1.45$ の膨張過程 $3 \rightarrow 4$ および等容冷却過程 $4 \rightarrow 1$ から構成される. 状態 1 の作動流体の圧力および温度をそれぞれ 0.101 MPa および $20.0\text{ }^\circ\text{C}$ として, 以下の問いに答えなさい.

1. 状態 2 における圧力 (MPa) および温度 ($^\circ\text{C}$) を求めなさい.

$$\rightarrow P_1 V_1^{n_c} = P_2 V_2^{n_c}, \quad T_1 V_1^{n_c-1} = T_2 V_2^{n_c-1} \text{ より,}$$

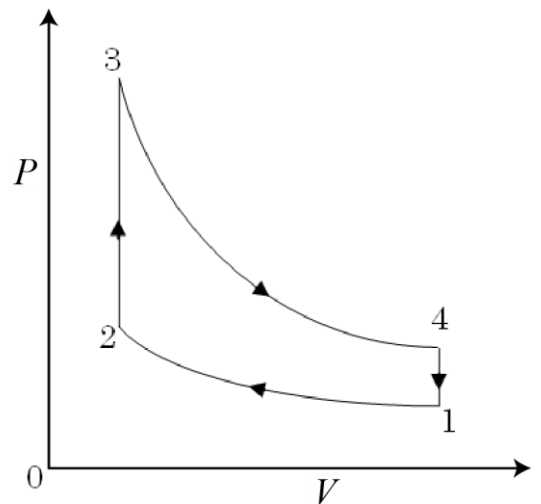
$$P_2 = P_1 (V_1/V_2)^{n_c} = P_1 \varepsilon^{n_c} = 0.101 * 10^{1.35} = 2.261 \dots \quad \underline{2.26\text{MPa}}$$

$$T_2 = T_1 (V_1/V_2)^{n_c-1} = T_1 \varepsilon^{n_c-1} = (20+273) * 10^{1.35-1} \\ = 655.9 \dots \text{K} = 382.9 \dots \text{ }^\circ\text{C} \quad \underline{383^\circ\text{C}}$$

2. 系の最高温度 T_{\max} ($^\circ\text{C}$) を求めなさい.

$$\rightarrow Q_{23} = MC_v(T_3 - T_2) \text{ より,}$$

$$T_{\max} = T_3 = T_2 + Q_{23}/(MC_v) = T_2 + Q_{23}(\kappa-1)/(MR) \\ = 655.9 + 3000 * (1.4-1) / (1.5 * 10^{-3} * 0.287 * 10^3) \\ = 3443.3 \dots \text{K} = 3170.3 \dots \text{ }^\circ\text{C} \quad \underline{3170^\circ\text{C}}$$



3. 膨張過程 $3 \rightarrow 4$ において作動流体が外部になす仕事が $W_{34} = \frac{-MR}{n_e-1}(T_4 - T_3)$ と表されるこ

とを示しなさい. ただし, $W_{34} = \int_{V_3}^{V_4} P dV$ から式変形を開始すること.

$$\rightarrow PV^{n_e} = P_3 V_3^{n_e} = P_4 V_4^{n_e} = C \text{ とする.}$$

$$W_{34} = \int_{V_3}^{V_4} P dV = C \int_{V_3}^{V_4} V^{-n_e} dV = \frac{C}{1-n_e} [V^{1-n_e}]_{V_3}^{V_4} = \frac{C}{1-n_e} [V_4^{1-n_e} - V_3^{1-n_e}] \\ = \frac{-1}{n_e-1} (P_4 V_4 - P_3 V_3) = \frac{-MR}{n_e-1} (T_4 - T_3)$$

4. 膨張過程 $3 \rightarrow 4$ において作動流体に供給された熱量 Q_{34} の式を示したうえで, 熱が作動

流体に供給されているか，作動流体から失われているかを示しなさい。

→内部エネルギー増加は $U_4 - U_3 = MCv(T_4 - T_3) = \frac{MR}{\kappa-1}(T_4 - T_3)$. 熱力学第一法則より

$$Q_{34} = U_4 - U_3 + W_{34} = \frac{MR}{\kappa-1}(T_4 - T_3) + \frac{-MR}{n_e-1}(T_4 - T_3) = \frac{n_e-\kappa}{(\kappa-1)(n_e-1)}MR(T_4 - T_3) = \frac{\kappa-n_e}{\kappa-1}W_{34}$$

ここで， $\kappa=1.40 < n_e=1.45$ および $W_{34} > 0$ なので， $Q_{34} < 0$. よって，熱が失われている。

【解答用紙】

材料力学

受験番号 _____

(1)

$$-E\alpha\Delta T$$

(2)

$$\frac{L(E_1\alpha_1 - E_2\alpha_2)\Delta T}{2(E_1 + E_2)}$$

(3)

$$\frac{PL^3}{3EI}$$

(4)

$$\frac{3kEI}{kL^3 + 3EI}\delta y$$

(5)

$$\frac{6EI\theta_B}{L^2(3\delta y - 2L\theta_B)}$$