令和７年１０月期入学/令和８年４月期入学（第１回）　創成科学研究科博士前期課程（理学系）入学者選抜試験　基盤科学系専攻　物理学コース　解答例

問題１　解答例

(1) $\dfrac{1}{12}Ml^2$

(2) $Ma_G = F$

(3) $\left(\dfrac{1}{12}Ml^2\right)\alpha = -F\left(\dfrac{l}{2} - x\right)$

(4) $a_B = a_G + \dfrac{l}{2}\alpha = \dfrac{2F}{M}\left(\dfrac{3x}{l} - 1\right)$

(5) $x < \dfrac{l}{3}$ のとき $F < 0$（左向き），$x > \dfrac{l}{3}$ のとき $F > 0$（右向き）。

問題２　解答例

(1) (a)→ $\displaystyle\int_S \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{n}dS = \frac{Q}{\epsilon_0} \to E = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$

(2) (b)→ $\displaystyle\int_S \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{n}dS = 0$

別解　(b) からどこでも発散が 0 なので，始点も終点もない。

(3) (d)→ $\displaystyle\int_{\partial S} \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{r} = -\int_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\cdot\boldsymbol{n}dS \to V = -\frac{d\Phi}{dt}$

(4) (c)→ $\displaystyle\int_C \boldsymbol{B}\cdot d\boldsymbol{r} = \mu_0 I \to Bx = \mu_0 I \times nx \to B = \mu_0 nI$

(5) (c) の div をとり (a) を代入 → $\dfrac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla\cdot\boldsymbol{j} = 0$

問題３　解答例

(1)

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi = E\psi\,, \quad -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi = E\psi$$

(2)

$$\psi(0,y,z) = 0\,, \quad \psi(x,0,z) = 0\,, \quad \psi(x,y,0) = 0\,,$$
$$\psi(L,y,z) = 0\,, \quad \psi(x,L,z) = 0\,, \quad \psi(x,y,L) = 0$$

(3)

$$\phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$$

より，

$$\psi(x,y,z) = \left(\frac{2}{L}\right)^{\frac{3}{2}}\sin\left(\frac{n_x\pi}{L}x\right)\sin\left(\frac{n_y\pi}{L}y\right)\sin\left(\frac{n_z\pi}{L}z\right)$$

(4)

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

(5) 基底状態

$$1 \qquad [(n_x, n_y, n_z) = (1,1,1)]$$

第１励起状態

$$3 \qquad [(n_x, n_y, n_z) = (2,1,1), (1,2,1), (1,1,2)]$$

第２励起状態

$$3 \qquad [(n_x, n_y, n_z) = (2,2,1), (2,1,2), (1,2,2)]$$

問題４ 解答例

(1)

$$Z = \left(\frac{k_B T}{\hbar\omega}\right)^N$$

(2)

$$U = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z = N k_B T$$

(3)

$$C = \frac{\partial U}{\partial T} = N k_B$$

(4)

$$Z = \left[2 \sinh\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right)\right]^{-N}$$

(5)

$$U = \frac{N\hbar\omega}{2} \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) = N\left\{\frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1}\right\}$$

(6)

$$C = N k_B \left(\frac{1}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1}\right)^2 \left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right)^2 e^{\hbar\omega/k_B T}$$

(7) （6）で求めた熱容量は，$\hbar\omega/k_B T \ll 1$ で（３）の結果と一致する。よって，低温 $T \ll \hbar\omega/k_B$ で量子論的効果が顕著になる。これは熱浴から受け取るエネルギー $k_B T$ が励起に必要なエネルギー $\hbar\omega$ を下回ると，エネルギー等分配則が成り立たなくなるためである。

問題 5 解答例

(1)

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$$

$$a_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)dx$$

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cos nx\,dx$$

$$b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\sin nx\,dx$$

(2) 偶関数なので余弦展開すれば良い。

$$a_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}x^2dx=\frac{2}{\pi}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{\pi}=\frac{2}{3}\pi^2$$

$$\begin{aligned}a_n&=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}x^2\cos nx\,dx=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}x^2\cos nx\,dx\\&=\frac{2}{\pi}\left[x^2\frac{\sin nx}{n}\right]_0^{\pi}-\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}2x\frac{\sin nx}{n}dx\\&=\frac{4}{\pi}\left[x\frac{\cos nx}{n^2}\right]_0^{\pi}-\frac{4}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{\cos nx}{n^2}dx\\&=\frac{4}{\pi}\left(\pi\cdot\frac{\cos n\pi}{n^2}-0\right)-0=\frac{(-1)^n4}{n^2}\end{aligned}$$

(3)

$$F(k)=\int_{-\infty}^{\infty}f(x)e^{-ikx}dx$$

$$f(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(k)e^{ikx}dk$$

なお、係数の$\frac{1}{2\pi}$についてはフーリエ変換と逆変換で整合していれば正解とする（指数関数の位相に含めても良い)。

(4)

$$F(k)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-a|x|}e^{-ikx}dx=\int_{-\infty}^{0} e^{ax}e^{-ikx}dx+\int_{0}^{\infty} e^{-ax}e^{-ikx}dx$$
$$=\left[\frac{e^{(a-ik)x}}{a-ik}\right]_{-\infty}^{0}+\left[\frac{-e^{-(a+ik)x}}{a+ik}\right]_{0}^{\infty}=\frac{1}{a-ik}+\frac{1}{a+ik}=\frac{2a}{a^2+k^2}$$

(5)

$$\mathcal{F}[f'(x)]=\int_{-\infty}^{\infty} f'(x)e^{-ikx}dx$$

これを部分積分すると

$$\mathcal{F}[f'(x)]=\left[f\,(x)\,e^{-ikx}\right]_{-\infty}^{\infty}\ +ik\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ikx}dx=0+ik\cdot F(k)=ikF(k)$$

ここで第一項目はフーリエ変換の成立条件(絶対可積分)より 0 である($x\to\pm\infty$で$f(x)\to 0$)

n階微分の場合はこれを繰り返せば良いので

$$\mathcal{F}[f^n(x)]=(ik)^nF(k)$$

問題 6　解答例

(1) 3.0×10^8 m/s

(2) $\frac{2L}{c}$

(3) 入射光が通った隙間の隣の歯まで歯 1 個分だけ動けば良いので $\frac{2\pi}{2n}=\frac{\pi}{n}$

(4) $\frac{2L}{c}=\frac{\pi}{n}\cdot\frac{1}{\omega}\to c=\frac{2nL}{\pi}\omega$

(5) 47 rad s^{-1}

(6) フーコー/マイケルソンの回転鏡、レーザーの位相測定、レーダーを用いた反射時間の測定、など

例: レーダーを用いた反射時間の測定

距離が既知の物体に対してレーダーを照射し，反射波を受信する。照射から受信にかかる時間差から光の速度を計算で求める。

令和８年度山口大学入試問題「出題の意図」

試験種別（大学院入試：一般選抜　博士前期課程（理学系））
科　　目（専門科目）

※注：この出題の意図についての質問・照会には一切回答しません。

［出題の意図］

問題１
剛体の運動方程式についての理解度とそれを運用する力をみる。

問題２
マクスウェル方程式についての理解度とそれを運用する力をみる。

問題３
シュレーディンガー方程式についての理解度とそれを運用する力をみる。

問題４
調和振動子の例を通して、統計力学の古典的及び量子論的計算ができることを確認する。

問題５
実験データの解析において重要となるフーリエ級数とフーリエ変換について、具体的な計算ができることを確認する。

問題６
実験に関する記述を読んで理解する力と物理学的に考える力をみる。