令和７年１０月期入学
令和８年４月期入学（第１回）

山口大学大学院創成科学研究科博士前期課程(理学系)

入 学 者 選 抜 試 験

専 門 科 目

受験区分コード 43

情報科学コース

注 意 事 項

1　試験開始の合図があるまで，問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2　配付物は，問題冊子（１～７頁）１冊，解答用紙４枚及び下書用紙２枚です。試験開始後，直ちに揃っているか確認してください。
3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明や解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4　試験開始後，すべての解答用紙に氏名及び受験番号を記入してください。
5　問題冊子，下書用紙は持ち帰ってください。

問題の選択と解答用紙について

1　**問題１と問題２は必ず解答し，問題３～問題５より２問を選択**して解答してください。
2　問題ごとに別々の解答用紙を用い，各解答用紙の左上の□内に問題番号を記入してください。
3　解答は解答用紙のおもて面に横書きで記入してください。ただし，書ききれない場合は，おもて面右下の□内に✔印を記入して，うら面を使用してください。

問題 1　三角関数 $\cos x$ $(0 < x < \pi)$ の逆関数を $\cos^{-1} x$ $(-1 < x < 1)$ とする。以下の問いに答えなさい。

(1) 以下の値を答えなさい。

(a) $\cos^{-1} 0$

(b) $\cos^{-1} \dfrac{1}{2}$

(2) 次式が成り立つことを証明しなさい。

$$\frac{d}{dx}\cos^{-1} x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

(3) $f(x) = 2\cos\dfrac{x}{3}$ $(0 < x < 3\pi)$ について以下の問いに答えなさい。

(a) $f(x)$ の逆関数 $f^{-1}(x)$ を求めなさい。

(b) $f^{-1}(x)$ の導関数を求めなさい。

(4) 次式の値を求めなさい。

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \cos^{-1} x dx$$

問題 2　3 次元空間内に x 軸, y 軸, z 軸から成る直交座標系が定義されている。3 点 $P(1,\ 1,\ -1)$, $Q(-2,\ 1,\ 1)$, $R(-3,\ 0,\ 2)$ を通る平面を π とし, 直線 ℓ を

$$\frac{x-1}{4}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{5}$$

と定義する。また, 平面 π に関して直線 ℓ と対称な直線を m と定義する。以下の問いに答えなさい。

(1) 平面 π の方程式を求めなさい。

(2) 直線 ℓ を平面 π に正射影して得られる直線 ℓ' の方程式を求めなさい。

(3) 直線 m の方程式を求めなさい。

(4) 直線 ℓ の単位方向ベクトル, $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$ を三辺とする平行六面体の体積を求めなさい。

問題 3　ある製品Xは，3つの工場A, B, Cで同型のものが生産されている。各工場で生産されている個数は，毎日それぞれ200個，300個，500個である。各工場ではそれぞれ一定の確率で不良品が生産されてしまう。その確率は，工場Aでは0.05，工場Bでは0.02，工場Cでは0.01である。製品Xが不良品となる事象をX，製品Xが生産されたのが工場A, B, Cである事象をそれぞれA, B, Cで表す。

以下の問いに答えなさい。ただし，確率を答えるときは，事象Eの起こる確率を$P(E)$のように確率の記法を用いて表し，その値は小数第四位を四捨五入して，小数第三位まで求めること。

(1) 各工場で生産される不良品の個数の期待値をそれぞれ求めなさい。

(2) どの工場で生産されたものか不明であるとき，製品Xが不良品となる確率を求めなさい。

(3) ある製品Xが不良品であるとわかったとき，それを生産したのが工場Aである確率を求めなさい。同様に，工場B, Cである確率もそれぞれ求めなさい。

(4) 工場A, B, Cにおける製品Xの製造コストは1個あたり，それぞれ900円，1000円，1100円である。製品Xを1個3000円で販売したとき，各工場の利益の期待値は1日あたりいくらになるかを求めなさい。ただし，不良品は売らずに廃棄し，残りは全部売れたとする。

問題 4　　$z = x + iy$ (x, y は実数, i は虚数単位) を複素数とする。図 1 のような複素平面上の経路 C_1, C_2, C_3, C_4 に沿った複素積分

$$\int_{C_1} \frac{e^{iz}}{z} dz + \int_{C_2} \frac{e^{iz}}{z} dz + \int_{C_3} \frac{e^{iz}}{z} dz + \int_{C_4} \frac{e^{iz}}{z} dz$$

は 0 となることが知られている。ただし，図 1 中の ϵ, R は正の実数であり，$\epsilon < R$ を満たすとする。I_n $(n = 1, 2, 3, 4)$ を

$$I_n = \int_{C_n} \frac{e^{iz}}{z} dz$$

によって定義する。以下の問いに答えなさい。

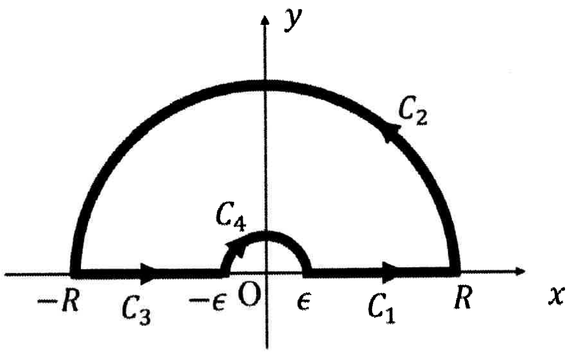

図 1: 複素積分の経路

(1) I_1 と I_3 はともに実軸上の複素積分である。次式が成り立つことを示しなさい。

$$I_1 + I_3 = 2i \int_{\epsilon}^{R} \frac{\sin x}{x} dx$$

(2) C_2 は原点 O を中心とする半径 R の半円周である。C_2 上では $z = Re^{i\theta}$ $(0 \leq \theta \leq \pi)$ と表せることを用いて，I_2 は次式の形に変形できることを示しなさい。

$$I_2 = i \int_0^{\pi} e^{iR\cos\theta - R\sin\theta} d\theta$$

(3) 積分可能な複素数値関数 $f(\theta)$ (θ は実数) に関して $\left| \int_{\alpha}^{\beta} f(\theta) d\theta \right| \leq \int_{\alpha}^{\beta} |f(\theta)| \, d\theta$ (α, β は $\alpha < \beta$ を満たす実数) が成り立つことを用いて，次式が成り立つことを示しなさい。

$$|I_2| \leq 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-R\sin\theta} d\theta$$

(4) $0 \leq \theta \leq \pi/2$ の範囲で $\sin\theta \geq 2\theta/\pi$ であることを用いて，次式が成り立つことを示しなさい。

$$|I_2| \leq \frac{\pi}{R}\left(1 - e^{-R}\right)$$

(5) C_4 は原点 O を中心とする半径 ϵ の半円周である。I_4 に関して次式が成り立つことを示しなさい。

$$\lim_{\epsilon \to 0} I_4 = -i\pi$$

(6) 以上の結果を用いて次式の値を求めなさい。

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$$

問題５　プログラム１はモンテカルロ法を用いて，

$$\frac{x^2}{4}+y^2=1$$

で表される楕円に囲まれる領域の面積 S を求めるＣ言語のプログラムである。以下の問いに答えなさい。

プログラム１

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#define NUM 1000

double rand_uniform ( void ) {

        ( I )

}

int main ( void ) {
  double x, y, s;
  int in = 0;
  srand ( 0 );

  for ( int i = 0; i < NUM; i++ ) {

        ( II )

  }
  s = ( 8.0 * in ) / ( ( double ) NUM );
  printf ( "s:%f\n", s );
  return 0;
}
```

(1) rand_uniform() は，0 以上 1 以下の倍精度浮動小数点の疑似一様乱数を返り値とする関数である。プログラム１の空欄 (I) に入る適切な実行文を書きなさい。ただし，0 から RAND_MAX までの範囲の整数の疑似一様乱数を返り値とするライブラリ関数 rand() を用いること。なお，プログラム１の srand() は rand() によって生成される疑似一様乱数のシード値（乱数の種）を設定するためのライブラリ関数であり，整数を引数とする。

(2) プログラム 1 のローカル変数 `s` は面積 S の計算結果を格納する変数である。プログラム 1 の空欄 (II) に入る適切な実行文を書きなさい。

(3) プログラム 1 を完成させた後に実行したところ，標準出力として

```
s:6.128000
```

が得られた。実行結果を面積 S の真値 2π により近づけるためには，プログラム 1 をどのように改良すればよいかを述べなさい。

(4) プログラム 1 を複数回実行したところ，毎回同じ実行結果が出力された。これは，同じ乱数列を用いて楕円の面積を計算していることが原因である。そこで，実行ごとに異なる乱数列を用いて計算するには，プログラム 1 をどのように改良すればよいか述べなさい。