令和７年１０月期入学/令和８年４月期入学（第１回）　創成科学研究科博士前期課程（理学系）
入学者選抜試験　基盤科学系専攻　情報科学コース　解答例

問題 1

【解答例】

(1)(a) $\cos^{-1} 0 = \dfrac{\pi}{2}$　(b) $\cos^{-1} \dfrac{1}{2} = \dfrac{\pi}{3}$

(2) $y = \cos^{-1} x$ は逆関数の定義より以下のように変形できる。

$$\cos y = x$$

両辺を x で微分すると，連鎖律より以下が得られる。ただし，以下で $y' = \dfrac{dy}{dx}$ である。

$$-y' \sin y = 1$$
$$y' = -\frac{1}{\sin y}$$

題意より，上式において $0 < y < \pi$ なので，$\sin y = \sqrt{1 - \cos^2 y} = \sqrt{1 - x^2}$ を用いると，以下が導かれる。

$$y' = -\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \qquad \cdots(\text{証明終})$$

(3)(a) $y = 2\cos\dfrac{x}{3}$ は以下のように変形できる。

$$\frac{y}{2} = \cos\frac{x}{3}$$
$$\frac{x}{3} = \cos^{-1}\frac{y}{2}$$
$$x = 3\cos^{-1}\frac{y}{2}$$

したがって，求める逆関数は以下のとおり。

$$f^{-1}(x) = 3\cos^{-1}\frac{x}{2}$$

(b) $y = 3\cos^{-1} z,\ z = \dfrac{x}{2}$ とおく。

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{dz}\frac{dz}{dx} \\ &= -3 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - z^2}} \cdot \frac{1}{2} \\ &= -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{x}{2})^2}}\end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned}\int_0^{\frac{1}{2}} \cos^{-1} x dx &= \left[x \cos^{-1} x\right]_0^{\frac{1}{2}} + \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}} dx \\ &= \frac{1}{2}\cos^{-1}\frac{1}{2} - \left[\sqrt{1 - x^2}\right]_0^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 1\end{aligned}$$

問題 2
【解答例】

(1) 平面 π 上の点 $X(x,\ y,\ z)$ について, $\overrightarrow{PX}$, $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$ が線形従属であることが必要十分条件であるため,

$$\det[\overrightarrow{PX},\ \overrightarrow{PQ},\ \overrightarrow{PR}] = \begin{vmatrix} x-1 & -3 & -4 \\ y-1 & 0 & -1 \\ z+1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

第 1 列で展開して,

$$2(x-1) + (y-1) + 3(z+1) = 0$$

よって

$$\pi : 2x + y + 3z = 0$$

(2) 直線 ℓ の方向ベクトル $\boldsymbol{d_\ell}$ は

$$\boldsymbol{d_\ell} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

平面 π の法線ベクトル $\boldsymbol{h_\pi}$ は

$$\boldsymbol{h_\pi} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

である。ここで, 直線 ℓ' は点 P を通り, $\boldsymbol{d_\ell}$ の平面 π への正射影 $\boldsymbol{d_{\ell\pi}}$ を方向ベクトルとする直線である。

$$\boldsymbol{d_{\ell\pi}} = \boldsymbol{d_\ell} - \frac{\boldsymbol{d_\ell} \cdot \boldsymbol{h_\pi}}{||\boldsymbol{h_\pi}||^2}\boldsymbol{h_\pi} = \frac{1}{14}\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$$

よって

$$\ell' : \frac{x-1}{6} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{-5}$$

(3) 直線 m は点 P を通り, 以下のベクトル $\boldsymbol{a}$ を方向ベクトルとする直線である。

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{d_\ell} - 2\frac{\boldsymbol{d_\ell} \cdot \boldsymbol{h_\pi}}{||\boldsymbol{h_\pi}||^2}\boldsymbol{h_\pi} = -\frac{1}{7}\begin{pmatrix} 22 \\ 11 \\ 40 \end{pmatrix}$$

よって

$$m : \frac{x-1}{22} = \frac{y-1}{11} = \frac{z+1}{40}$$

(4) 直線ℓの単位方向ベクトルを$\hat{\boldsymbol{d}}_l$, $\overrightarrow{PQ}$を$\boldsymbol{q}$, $\overrightarrow{PR}$を$\boldsymbol{r}$とすると,

$$\hat{\boldsymbol{d}}_l = \frac{1}{3\sqrt{5}}\begin{pmatrix}4\\2\\5\end{pmatrix},\ \boldsymbol{q} = \begin{pmatrix}-3\\0\\2\end{pmatrix},\ \boldsymbol{r} = \begin{pmatrix}-4\\-1\\3\end{pmatrix}$$

である。求める平行六面体の体積Vは、スカラー三重積より

$$V = |\hat{\boldsymbol{d}}_l \cdot (\boldsymbol{q} \times \boldsymbol{r})| = \frac{5\sqrt{5}}{3}$$

問題3

【解答例】

(1) 各工場で生産される製品Xの個数をそれぞれ N_A, N_B, N_C とおくと

$$N_A = 200, N_B = 300, N_C = 500$$

となる。また，工場Aの不良品の発生確率は $P(X|A)$ で表され，題意から，$P(X|A) = 0.05$ である。同様に，工場B, Cについて，$P(X|B) = 0.02, P(X|C) = 0.01$ である。

各工場で生産される製品Xが不良品である個数の期待値は次のようになる。

$$\text{工場A} : N_A P(X|A) = 200 \times 0.05 = 10\,\text{個}$$

$$\text{工場B} : N_B P(X|B) = 300 \times 0.02 = 6\,\text{個}$$

$$\text{工場C} : N_C P(X|C) = 500 \times 0.01 = 5\,\text{個}$$

(2) 3つの工場で生産される総数は，$N = N_A + N_B + N_C = 1000$ 個であるので，製品Xが各工場で生産された確率は，次のようになる。

$$P(A) = \frac{N_A}{N} = 0.20, P(B) = \frac{N_B}{N} = 0.30, P(C) = \frac{N_C}{N} = 0.50$$

製品Xが不良品である確率は $P(X)$ で表される。

$$\begin{aligned} P(X) &= P(X|A)P(A) + P(X|B)P(B) + P(X|C)P(C) \\ &= 0.05 \times 0.20 + 0.02 \times 0.30 + 0.01 \times 0.50 = 0.021 \end{aligned}$$

(3) ある製品Xが不良品であるという条件の下での確率であるので，事後確率 $P(A|X)$ を求めればよい。ベイズの公式より，

$$\begin{aligned} P(A|X) &= \frac{P(X|A)P(A)}{P(X)} \\ &= \frac{0.05 \times 0.20}{0.021} = \frac{10}{21} = 0.4761\cdots \approx 0.476 \end{aligned}$$

と求められる。同様に，

$$\begin{aligned} P(B|X) &= \frac{0.02 \times 0.30}{0.021} = \frac{6}{21} = 0.2857\cdots \approx 0.286 \\ P(C|X) &= \frac{0.01 \times 0.50}{0.021} = \frac{5}{21} = 0.2380\cdots \approx 0.238 \end{aligned}$$

となる。

(4) 1日あたりで考える。工場Aの製造コストは，$200 \times 900 = 180,000$ 円である。また，不良品の個数の期待値が10個であるので，売上の期待値は $3000 \times (200 - 10) = 3000 \times 190 = 570,000$ 円である。これより，工場Aの利益の期待値は $570,000 - 180,000 = 390,000$ 円となる。

同様に，工場Bの製造コストは，$300 \times 1000 = 300,000$ 円である。また，不良品の個数の期待値が6個であるので，売上の期待値は $3000 \times (300 - 6) = 3000 \times 294 = 882,000$ 円である。これより，工場Bの利益の期待値は $882,000 - 300,000 = 582,000$ 円となる。

また，工場Cの製造コストは，$500 \times 1100 = 550,000$ 円である。また，不良品の個数の期待値が5個であるので，売上の期待値は $3000 \times (500 - 5) = 3000 \times 495 = 1,485,000$ 円である。これより，工場Cの利益の期待値は $1,485,000 - 550,000 = 935,000$ 円となる。

問題4
【解答例】

(1)

$$I_1 + I_3 = \int_\epsilon^R \frac{e^{ix}}{x}dx + \int_{-R}^{-\epsilon} \frac{e^{ix}}{x}dx = \int_\epsilon^R \frac{e^{ix}}{x}dx + \int_R^\epsilon \frac{e^{-ix}}{x}dx = \int_\epsilon^R \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{x}dx$$
$$= 2i \int_\epsilon^R \frac{\sin x}{x}dx$$

(2) C_2 上では $z = Re^{i\theta}$ と書けるので $dz = iRe^{i\theta}d\theta$ となり

$$I_2 = \int_0^\pi \frac{e^{iRe^{i\theta}}}{Re^{i\theta}} iRe^{i\theta}d\theta = i\int_0^\pi e^{iRe^{i\theta}}d\theta$$
$$= i\int_0^\pi e^{iR\cos\theta - R\sin\theta}d\theta$$

を得る。

(3) 題意の不等式を用いて

$$|I_2| \leq \int_0^\pi \left|ie^{iR\cos\theta - R\sin\theta}\right| d\theta = \int_0^\pi e^{-R\sin\theta}d\theta$$

を得る。$0 \leq \theta \leq \pi$ の区間での $\sin\theta$ の対称性を考慮して

$$|I_2| \leq \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-R\sin\theta}d\theta + \int_{\frac{\pi}{2}}^\pi e^{-R\sin\theta}d\theta = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-R\sin\theta}d\theta$$

を得る。

(4) $R > 0$ なので，題意の不等式を用いて

$$|I_2| \leq 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-R\frac{2}{\pi}\theta}d\theta = 2\left[-\frac{\pi}{2R}e^{-R\frac{2}{\pi}\theta}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{R}\left(1 - e^{-R}\right)$$

を得る。

(5) C_4 上では $z = \epsilon e^{i\theta}$ と書けるので $dz = i\epsilon e^{i\theta}d\theta$ となり

$$I_4 = \int_\pi^0 \frac{e^{i\epsilon e^{i\theta}}}{\epsilon e^{i\theta}} i\epsilon e^{i\theta}d\theta = i\int_\pi^0 e^{i\epsilon e^{i\theta}}d\theta$$

となる。よって $\epsilon \to 0$ の極限で

$$\lim_{\epsilon\to 0} I_4 = i\int_\pi^0 d\theta = -i\pi$$

を得る。

(6) $I_1+I_2+I_3+I_4=0$ の両辺で $\epsilon \to 0,\ R\to\infty$ の極限をとると，$I_2\to 0$ なので

$$2i\int_0^\infty \frac{\sin x}{x}dx - i\pi = 0$$

となる。よって

$$\int_0^\infty \frac{\sin x}{x}dx = \frac{\pi}{2}$$

を得る。

問題5

【解答例】

(1) `return ( double ) rand () / ( ( double ) RAND_MAX );`

(2) 解答例1：

```
x = 4.0 * rand_uniform () - 2.0;
y = 2.0 * rand_uniform () - 1.0;
if ( x * x / 4.0 + y * y <= 1.0 ) {
    in++;
}
```

解答例2：

```
x = 2.0 * rand_uniform ();
y = rand_uniform ();
if ( x * x / 4.0 + y * y <= 1.0 ) {
    in++;
}
```

(3) ループ回数（乱数を生成する回数）を増やす，など。

(4) `time()` 関数を用いて時刻に関する情報を取得しそれをシード値に利用する，標準入力で毎回異なる値をシード値に与える，など。

令和８年度山口大学入試問題「出題の意図」

試験種別（大学院入試：一般選抜　博士前期課程(理学系)）
科　　目（専門科目）

※注：この出題の意図についての質問・照会には一切回答しません。

［出題の意図］

問題１
逆関数，導関数，定積分についての理解度，計算力，および数式の導出過程の説明能力を測る。

問題２
線形代数の幾何学的解釈の基礎となる直線・平面の方程式，およびベクトルの性質についての理解度と計算力を測る。

問題３
確率論の基礎知識，条件付き確率，ベイズの定理，期待値についての理解度と計算力を測る。

問題４
複素積分に関する基本的な計算手法についての理解度と計算力を測る。

問題５
Ｃ言語の基本的なプログラムを読んで理解する力，および与えられた仕様を満たすプログラムの作成能力を測る。また，疑似乱数の基本的な生成方法についての理解度を測る。