令和８年４月期入学（第２回）

山口大学大学院創成科学研究科博士前期課程(理学系)

入学者選抜試験

専門科目

受験区分コード **42**

物理学コース

注意事項

1　試験開始の合図があるまで，問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。

2　配付物は，問題冊子（１～６頁）１冊，解答用紙４枚及び下書用紙２枚です。試験開始後，直ちにそろっているか確認してください。

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明や解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

4　試験開始後，すべての解答用紙に氏名及び受験番号を記入してください。

5　問題冊子，下書用紙は持ち帰ってください。

問題の選択と解答用紙について

1　**問題１～問題６より４問を選択**して解答してください。

2　問題ごとに別々の解答用紙を用い，各解答用紙の左上の□内に問題番号を記入してください。

3　解答は解答用紙のおもて面に横書きで記入してください。ただし，書ききれない場合は，おもて面右下の□内に✔印を記入して，うら面を使用してください。

教科・科目（　専門科目　）

問題訂正

物理学コース

6 ページ　問題 6(3)　上から 1 行目

［訂正前］$ds^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2$

［訂正後］$ds^2 = d\theta^2 + (\sin^2\theta)\, d\varphi^2$

6 ページ　問題 6(3)　上から 3 行目

［訂正前］$I[\theta,\varphi] = \int ds = \int_a^b \sqrt{\theta'^2 + \sin^2\theta\, \varphi'^2}\, dx$

［訂正後］$I[\theta,\varphi] = \int ds = \int_a^b \sqrt{\theta'^2 + (\sin^2\theta)\, \varphi'^2}\, dx$

問題 1　下図のように，斜面を転がり落ちる円柱を考える。円柱の質量を M，半径を r，慣性モーメントを I とする。斜面の傾角を θ，重力加速度を g とする。次の問いに答えなさい。

(1) 円柱の重心の加速度の大きさを a，斜面から円柱に働く摩擦力の大きさを f として，重心の運動方向の運動方程式を書きなさい。

(2) 円柱の角加速度の大きさを α として，回転運動の方程式を書きなさい。

(3) 摩擦がない（$f = 0$）とき，a を g と θ で表しなさい。

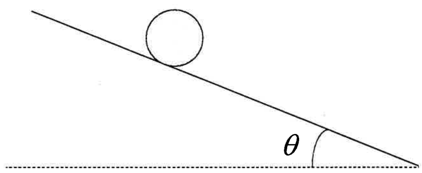
以下では，摩擦によって円柱が滑らずに転がり落ちる場合を考える。

(4) 円柱が滑らずに転がる条件を，a と α の関係で表しなさい。

(5) (1)(2)(4) の結果から α と f を消去し，a について解きなさい。

(6) 円柱が一様密度のときの慣性モーメント I を M と r で表し，加速度 a を g と θ で表しなさい。

(7) 円柱の内部が空洞（円筒）のときの慣性モーメント I を M と r で表し，加速度 a を g と θ で表しなさい。



問題 2　x 方向に一様な電場 $\boldsymbol{E} = (E, 0, 0)$，$y$ 方向に磁束密度 $\boldsymbol{B} = (0, B, 0)$ の一様な磁場がかかっている。電子の電荷を $-e$ $(e > 0)$，質量を m として以下の問いに答えなさい。

(1) z 方向に電子を v_0 (> 0) の速さで入射させた際に電子が直線運動を続けるための条件を求めなさい。

次に，$t = 0$ で電子を原点に $v_0 = 0$ で置いて，以後は自由に運動させたとする。

(2) ある時刻 t での x, y, z 方向の速度をそれぞれ v_x, v_y, v_z とするとき，各方向の運動方程式を求めなさい。

(3) (2) で求めた 3 つの運動方程式を連立させ，v_z についての微分方程式を求めなさい。ただしサイクロトロン角周波数 $\omega = \frac{eB}{m}$ を用いなさい。

(4) 初期条件を考慮し，時刻 t での速度を t の関数として求めなさい。

(5) 求めた速度を積分して時刻 t での電子の位置を求めなさい。

(6) $x - z$ 平面内での電子の軌跡を定量的に図示し，どのような運動か説明しなさい。

問題 3　１次元の無限に深いポテンシャル井戸

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (0 < x < L) \\ \infty & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

に質量 m の粒子が閉じ込められている。プランク定数を h（$\hbar \equiv h/2\pi$）とする。以下の問いに答えなさい。

(1) 時間に依存しないシュレーディンガー方程式を書きなさい。

(2) 波動関数 $\psi(x)$ の満たす境界条件を書きなさい。

(3) エネルギーの固有値 E_n と固有状態 $\psi_n(x)$ をすべて求めなさい。

次に，時間発展について考える。初期状態として，次のような波動関数が与えられている。

$$\Psi(x,0) = A\left\{\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) + \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)\right\}$$

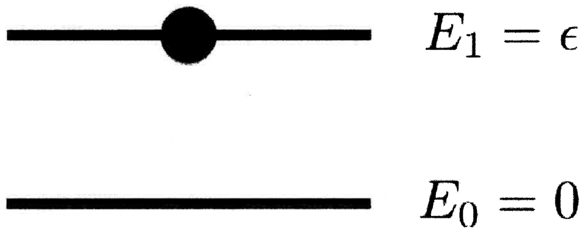
(4) 規格化定数 A を求めなさい。

(5) この初期状態における，エネルギー固有値 E_n の測定確率 $P(E_n)$ を求めなさい。

(6) この波動関数の時間発展 $\Psi(x,t)$ を求めなさい。

問題 4　下図のような 2 準位（基底状態 $E_0 = 0$，励起状態 $E_1 = \epsilon$）を持つ粒子 N 個で構成された系を考える。各粒子は互いに独立であり，系は温度 T の熱浴と熱平衡にあるとする。ボルツマン定数を k_B とする。以下の問いに答えなさい。

(1) 1 粒子の分配関数 Z_1 と全系の分配関数 Z を求めなさい。
(2) 1 粒子の平均エネルギー $\langle E \rangle$ を温度 T の関数として表しなさい。
(3) 系の内部エネルギー U を，温度 T と粒子数 N の関数として表しなさい。
(4) 熱容量 C_V を求めなさい。
(5) 熱容量 C_V に対して温度依存性の概形を図示し，高温極限 $k_B T \gg \varepsilon$ および低温極限 $k_B T \ll \varepsilon$ における挙動を物理的に説明しなさい。



問題 5　以下の問いに答えなさい。

複素数を $z = x + iy$，複素平面における経路 C を $z = s + is^2$ $(0 \leq s \leq 1)$ とする。また関数 $f(z)$ を $f(z) = z^2$ とし，その実部を $u(x, y)$，虚部を $v(x, y)$ とする。

(1) 複素平面上で経路 C を図示し，y と x の関係式を書きなさい。
(2) 媒介変数 s の積分により $\int_C f(z)dz$ を求めなさい。
(3) $\int_C f(z)dz$ を u, v で表し，さらに x の積分に帰着させることで (2) の答えと一致することを示しなさい。

2 階線系常微分方程式 $y'' - 4y = e^{2x}$ について以下の手順に従って解を求めなさい。

(4) 斉次方程式の一般解を求めなさい。
(5) 非斉次方程式の特解を求め，最終的な解を書きなさい。

問題 6　関数 $y(x)$ の汎関数

$$I[y] = \int_a^b f(x, y(x), y'(x))dx, \quad y'(x) \equiv \frac{dy}{dx}$$

について，$y(x)$ を両端の値を固定して $y(x) + \delta y(x)$ と微小変化させたときの変化（変分）を考える。

$$\delta I[y] = I[y + \delta y] - I[y], \quad \delta y(a) = \delta y(b) = 0$$

$I[y]$ が極値をとるとき，δy の 1 次のオーダーで $\delta I = 0$ が成り立ち，その条件は

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\partial f}{\partial y'}\right) - \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \tag{a}$$

と求められる。これがオイラー=ラグランジュ方程式である。以下の問いに答えなさい。

(1) $\delta I = 0$ となる条件が (a) となることを示しなさい。

(2) xy 平面における 2 点間の最短経路について考える。線素は $ds^2 = dx^2 + dy^2$ と書けるので，曲線 $y = y(x)$，$(a \leq x \leq b)$ の長さは

$$I[y] = \int ds = \int_a^b \sqrt{1 + y'^2}dx$$

と表される。この汎関数 $I[y]$ が極値をとるときのオイラー=ラグランジュ方程式を書き，直線（$y'(x) =$ 一定）が解であることを示しなさい。

(3) 球面における 2 点間の最短経路について考える。単位球面の線素は $ds^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2$ と書けるので，曲線 $\theta = \theta(x)$，$\varphi = \varphi(x)$，$(a \leq x \leq b)$ の長さは

$$I[\theta, \varphi] = \int ds = \int_a^b \sqrt{\theta'^2 + \sin^2\theta\varphi'^2}dx$$

と表される。この汎関数 $I[\theta, \varphi]$ が極値をとるときのオイラー=ラグランジュ方程式を書きなさい。次に，曲線 $\varphi =$ 一定，曲線 $\theta =$ 一定 がそれぞれ解であるかどうかを調べなさい。