

令和7年度
入学者選抜学力検査
(後期日程)

数 学

山口大学理学部 数理科学科

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、問題冊子および解答用紙の中を見てはいけません。
- 2 配付物は、問題冊子1冊(1～3頁)、解答用紙3枚および下書用紙3枚です。試験開始後、直ちにそろっているか確認してください。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙や下書用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 4 試験開始後、すべての解答用紙に氏名および受験番号を記入してください。
- 5 問題〔1〕から問題〔3〕まで解答してください。
- 6 解答は問題ごとに、指定された番号の解答用紙のおもて面に横書きで記入してください。ただし、書ききれない場合は、おもて面右下の口内に✓印を記入のうえ、うら面を使用してください。指定された解答用紙以外に解答を記入した場合、その部分は採点の対象となりません。
- 7 解答用紙はすべて回収します。
- 8 試験終了後、問題冊子と下書用紙は持ち帰ってください。

問題 [1] (配点 350)

α, β を $0 < \alpha < \beta$ を満たす実数とする。座標平面上の曲線 $y = \frac{1}{x}$ を C , C 上の2点 $(\alpha, \frac{1}{\alpha}), (\beta, \frac{1}{\beta})$ を通る直線を l , C と x 軸および2直線 $x = \alpha, x = \beta$ で囲まれた図形の面積を S とする。次の問いに答えなさい。

- (1) β を α と S を用いて表しなさい。
- (2) l の方程式を α と S を用いて表しなさい。
- (3) $S = \log_e 2$ とし, 点 $(\frac{9}{4}, \frac{9}{4})$ と l の距離を d とする。
 - (i) d を α を用いて表しなさい。
 - (ii) 極限值 $\lim_{\alpha \rightarrow +0} d, \lim_{\alpha \rightarrow \infty} d$ をそれぞれ求めなさい。
 - (iii) α がすべての正の実数値をとって変化するとき, d の最小値を求めなさい。

問題 [2] (配点 350 点)

座標平面上の図形に関する次の問いに答えなさい。

- (1) a, b を $a^2 + b^2 \neq 0$ を満たす定数とする。点 $G(a, b)$ を中心とし、原点 O を通る円を C とする。 O ではない C 上の異なる 2 点 P, Q が $\angle POG = \angle QOG = \frac{\pi}{6}$ を満たすとする。
- (i) C の方程式を求めなさい。
 - (ii) 線分 OP と線分 OQ の長さをそれぞれ求めなさい。
 - (iii) 直線 PQ の方程式を求めなさい。
 - (iv) P の x 座標を求めなさい。
- (2) x 座標と y 座標がともに有理数である点を有理点という。以下の問いの解答において、必要ならば $\sqrt{3}$ が無理数であることを用いてもよい。
- (i) 原点を頂点の 1 つとする正三角形の残り 2 つの頂点のうち、少なくとも 1 つは有理点でないことを示しなさい。
 - (ii) すべての頂点が有理点である正三角形は存在しないことを示しなさい。

問題 [3] (配点 300 点)

0 以上 4 以下の整数 n に対し, x の多項式 (整式) $T_n(x)$ を

$$T_0(x) = 1, \quad T_1(x) = x,$$

$$T_n(x) = 2xT_{n-1}(x) - T_{n-2}(x) \quad (n = 2, 3, 4)$$

により定める。このとき, 次の問いに答えなさい。

(1) $T_3(x)$, $T_4(x)$ をそれぞれ求めなさい。

(2) どのような角 θ についても $T_3(\cos \theta) = \cos 3\theta$, $T_4(\cos \theta) = \cos 4\theta$ が成り立つことをそれぞれ示しなさい。

(3) $0 \leq \theta < \pi$ のとき, 方程式 $T_4(\cos \theta) = T_3(\cos \theta)$ を満たす θ の値をすべて求めなさい。また, 次の値を求めなさい。

$$\cos \frac{2}{7}\pi \cos \frac{4}{7}\pi \cos \frac{6}{7}\pi$$