令和７年度　入学者選抜学力検査問題

数　　学（理系 α）

数学Ⅰ，数学Ａ
数学Ⅱ，数学Ｂ
数学Ⅲ，数学Ｃ

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で４題あります。また，解答用紙は４枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後，すべての解答用紙に受験番号，志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に２箇所あります。
5. 解答は問題ごとに，指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。また，解答欄が指定されている場合は，解答欄の枠の中に答えを記入してください。
6. 裏面その他に解答を記入した場合，その部分は採点の対象となりません。
7. 答えのみを記入するように指定されている場合は答えのみを，そうでない場合は必要な計算・論証・説明などを省かずに解答してください。
8. 各問題の配点 50 点は 200 点満点としたときのものです。
9. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

$\boxed{\alpha}$

〔1〕 (配点 50) 次の問いに答えなさい。ただし，解答は答えのみを解答用紙の所定の解答欄に記入しなさい。

(1) 次の複素数を極形式 $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ で表すとき，r と θ の値を求めなさい。ただし，$r > 0$ で，偏角 θ の範囲は $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。また，i を虚数単位とする。

(i) $\left(\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} + \dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}i\right)^2$

(ii) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} + \dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}i$

(2) 数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 3,\ \ a_{n+1}a_n - 3a_n + 2 = 0 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

で定められるとき，次の問いに答えなさい。

(i) 数列 $\{b_n\}$ を

$$b_1 = 3,\ \ b_{n+1} = a_{n+1}b_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

によって定める。$n \geqq 2$ に対して，b_{n+1} を b_n と b_{n-1} を用いて表しなさい。

(ii) (i)で定めた数列 $\{b_n\}$ に対して，$b_{n+1} - b_n$ を n を用いて表しなさい。

(iii) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めなさい。

$\boxed{\alpha}$

〔2〕 (配点 50) $\mathrm{OA}=2$, $\mathrm{OB}=3$, $\mathrm{AB}=\sqrt{7}$ である $\triangle\mathrm{OAB}$ に対して, $\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とおく。このとき, 次の問いに答えなさい。

(1) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めなさい。

(2) 点 A から直線 OB におろした垂線の交点を C とする。$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を $\vec{b}$ を用いて表しなさい。

(3) 点 B から直線 OA におろした垂線の交点を D とする。また, 直線 AC と直線 BD の交点を H とする。$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表しなさい。

(4) $\triangle\mathrm{OAH}$ の面積を S_1, $\triangle\mathrm{OBH}$ の面積を S_2 とするとき, $\dfrac{S_2}{S_1}$ を求めなさい。

$\boxed{\alpha}$

〔3〕 (配点 50) 関数 $f(x) = \int_0^{\pi} |x - t| \sin t \, dt$ $(0 \leqq x \leqq 2\pi)$ について，次の問いに答えなさい。

(1) 不定積分 $\int t \sin t \, dt$ を求めなさい。

(2) $\pi \leqq x \leqq 2\pi$ のとき，$f(x)$ を求めなさい。

(3) $0 \leqq x < \pi$ のとき，$f(x)$ を求めなさい。

(4) $f(x)$ の最大値とそのときの x の値，および $f(x)$ の最小値とそのときの x の値を求めなさい。

$\boxed{\alpha}$

〔**4**〕 (配点 50) a, b を実数で, $b \neq 0$ とする。2 次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解を α, β とし, 自然数 n に対し,

$$M_1 = \alpha + \beta$$
$$M_2 = \alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$$
$$\cdots\cdots$$
$$M_n = \alpha^n + \alpha^{n-1}\beta + \cdots\cdots + \alpha^{n-r}\beta^r + \cdots\cdots + \alpha\beta^{n-1} + \beta^n$$

とおく。このとき, 次の問いに答えなさい。

(1) $a = -2$, $b = -2$ とする。このとき, $M_3 = \alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3$ の値を求めなさい。

(2) $a = -4$, $b = 3$ とする。このとき, 自然数 M_{99} の桁数を求めなさい。ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(3) $a = -4$, $b = 4$ とする。このとき, 和 $S_n = \sum_{k=1}^{n} M_k$ を求めなさい。