令和７年度　入学者選抜学力検査問題

数　　学（理系 β）

数学Ⅰ，数学Ａ
数学Ⅱ，数学Ｂ
数学Ⅲ，数学Ｃ

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で４題あります。また，解答用紙は４枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後，すべての解答用紙に受験番号，志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に２箇所あります。
5. 解答は問題ごとに，指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。また，解答欄が指定されている場合は，解答欄の枠の中に答えを記入してください。
6. 裏面その他に解答を記入した場合，その部分は採点の対象となりません。
7. 答えのみを記入するように指定されている場合は答えのみを，そうでない場合は必要な計算・論証・説明などを省かずに解答してください。
8. 各問題の配点 50 点は 200 点満点としたときのものです。
9. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

$\boxed{\beta}$

〔１〕 (配点 50)　次の問いに答えなさい。ただし，解答は答えのみを解答用紙の所定の解答欄に記入しなさい。

(1)　次の複素数を極形式 $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ で表すとき，r と θ の値を求めなさい。ただし，$r > 0$ で，偏角 θ の範囲は $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。また，i を虚数単位とする。

(i)　$\left(\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} + \dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}i\right)^2$

(ii)　$\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} + \dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}i$

(2)　数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 3,\ \ a_{n+1}a_n - 3a_n + 2 = 0 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

で定められるとき，次の問いに答えなさい。

(i)　数列 $\{b_n\}$ を

$$b_1 = 3,\ \ b_{n+1} = a_{n+1}b_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

によって定める。$n \geqq 2$ に対して，b_{n+1} を b_n と b_{n-1} を用いて表しなさい。

(ii)　(i)で定めた数列 $\{b_n\}$ に対して，$b_{n+1} - b_n$ を n を用いて表しなさい。

(iii)　数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めなさい。

$\boxed{\beta}$

〔2〕 (配点 50)　関数 $f(x) = e^x - 1$ について，次の問いに答えなさい。ただし，e は自然対数の底とする。

(1) $f(x)$ の逆関数 $f^{-1}(x)$ を求めなさい。

(2) $f^{-1}(x)$ の不定積分 $\displaystyle\int f^{-1}(x)\,dx$ を求めなさい。

(3) k を正の定数とする。$x \geqq 0$ に対して，関数 $g(x)$ を次のように定める。

$$g(x) = \int_0^k f(t)\,dt + \int_0^x f^{-1}(t)\,dt - kx$$

$g(x)$ の最小値を求めなさい。また，そのときの x の値を求めなさい。

$\boxed{\beta}$

〔3〕（配点 50）p，q は実数で，$p > 0$，$q < 0$ とする。座標平面の原点を O とし，放物線 $y = x^2$ を C とする。C 上の点 $\mathrm{P}(p,\ p^2)$，$\mathrm{Q}(q,\ q^2)$ について，次の問いに答えなさい。

(1)　$\angle\mathrm{PQO} = \dfrac{\pi}{2}$ を満たす P と Q の組が存在するような p の値の範囲を求めなさい。

(2)　次の条件 1，2 をともに満たす P と Q の組をすべて求めなさい。

条件 1　3 点 O，P，Q について，$\angle\mathrm{POQ} = \dfrac{\pi}{2}$ である。

条件 2　C 上の点 R について，R が O，P，Q のいずれとも異なるならば $\angle\mathrm{PRQ} \neq \dfrac{\pi}{2}$ である。

$\boxed{\beta}$

〔4〕（配点 50）　命題 P，Q を次のように定める。

命題 P　α，β，γ を $\alpha+\beta+\gamma=2\pi$ を満たす正の実数とする。$\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma=-1$ ならば，α，β，γ のうちいずれか一つが π である。

命題 Q　$\triangle$ABC の重心を G，外心を O，外接円の半径を R とする。$R=3\mathrm{OG}$ ならば，$\triangle$ABC は直角三角形である。

このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　命題 P が真であることを証明しなさい。

(2)　命題 Q が真であることを証明しなさい。必要ならば，命題 P が真であることを用いてよい。