

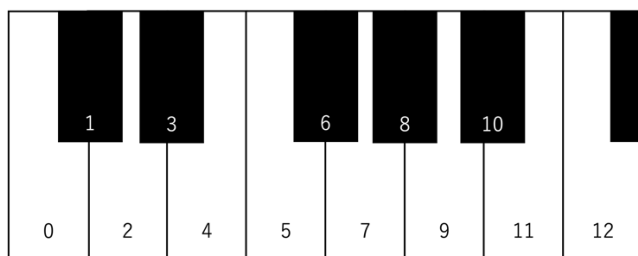
数理科学科だより

音階のレシピ

みなさんは”ドレミファソラシド”が数学を用いて表すことができることをご存知ですか。少し細かい話をすると、ひと口に音階と言っても様々な種類が存在します。例えば、ピアノではメルセンヌ音階、ヴァイオリンでは純正律音階が用いられています。因みに、西洋音階を最初に考えたのは三平方の定理でお馴染みのピタゴラスで、ピタゴラス音階と呼ばれています。

さて、今日はメルセンヌ音階についてお話ししましょう。メルセンヌはフランスの神学者であり数学や物理、音楽理論の研究において有名な人物です。メルセンヌ数やメルセンヌ素数で耳にしたことがある名前かも知れませんか。では早速メルセンヌ音階のレシピをお教えしましょう。ピアノの鍵盤に、次のように番号を振ると

メルセンヌ音階では、低いド ($n = 0$) と n 番目の音の周波数比は、 $2^{\frac{n}{12}}$ ($n = 0, 1, \dots, 12$) により表されます。



まさかこんなに簡単な数式を用いてドレミファソラシドを作ることができるとは。ここで、数式に現れる 2 は「高いドの周波数と低いドの周波数の 2 倍である」こと、12 は「高いドは低いドから白鍵盤と黒鍵盤を合わせると 12 個離れている」ことに由来します。メルセンヌ音階は、調を変えても音の高低の違いを除けば同じメロディーを奏でることができるため、このレシピは万能なのです。さらにすごいのは、メルセンヌ音階は数学的に音階を構成しているため、和音(複数の音を同時に奏でる)を考えると、各音の周波数比が無理数であることから綺麗にはまりにくいと言われているにも関わらず、一般人にはほとんど聞き分けることができないくらいの差であること。物理現象を数学で表したい(解明したい)数学者としては惚れ惚れしてしまうものです。

ところで、今回このテーマを選んだ理由は、執筆者の趣味が音を奏でることだから。ときには声を出して、ときには楽器を使って。さて、今日はどんな音を奏でようかしら。(文：小杉)

編集：山口大学理学部数理科学科

連絡先：083-933-5210 (理学部学務係)